**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Математическая статистика

Mathematical Statistics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 001211

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Математическая статистика» является одной из важнейших дисциплин, определяющих подготовку специалиста в области математики. Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип построения все более усложняющихся статистических моделей для анализа статистических данных, появляющихся в конкретных прикладных задачах, и последующий анализ этих моделей с использованием накопленных студентом математических знаний. На заключительном этапе анализ статистических моделей приводит к статистическим выводам типа оценки неизвестных параметров и принятия/отвержения выдвигаемых статистических гипотез. На этом пути происходит накопление знаний и формирование необходимых компетенций, причем характерной особенностью прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, а также постоянное обращение к работе с конкретными статистическими данными и их первичная обработка. Цель изучения дисциплины: обучение студентов основным идеям и методам современной математической статистики; развитие у студентов навыков построения статистических моделей и статистического мышления. Обучение использованию ряда прикладных программ для анализа данных.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена обучающимся на 4 курсе. Обучающиеся должны владеть курсом теории вероятностей, основами математического анализа, высшей алгебры, аналитической геометрии, элементами теории дифференциальных уравнений.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающиеся должны:

• знать содержание дисциплины "Математическая статистика" и уметь применять ее результаты и методы в разнообразных прикладных областях знания,

• уметь строить статистические модели в различных задачах естествознания и техники, уметь применять на практике включенные в курс методы оценивания параметров и проверки гипотез,

• уметь использовать в прикладных задачах конкретные статистические процедуры, знать их свойства и уметь их сравнивать друг с другом, уметь делать выбор наиболее адекватной статистической процедуры и правильно интерпретировать результаты ее применения

• владеть простейшей компьютерной обработкой данных с помощью пакетов прикладных программ.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия и практические занятия по решению задач и компьютерной обработке статистических данных в течение 7-го семестра, выполнение контрольных работ и заданий, текущее тестирование, и экзамен в конце 7-го семестра.

Самостоятельная работа:

Выполнение домашних заданий, самостоятельное написание программ в алгоритмическом языке R для компьютерного анализа данных.

Без участия преподавателя - индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 30 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 26 |  | 18 |  | 30 | 3 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 10-25 |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 26 |  | 18 |  |  | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации | |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**Темы для изучения и обсуждения**

1) Классификация и примеры статистических задач. Статистические эксперименты и статистики. Статистические задачи и теория решений. Эмпирические распределения. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Теорема Гливенко-Кантелли. Предельные распределения выборочных характеристик.

2) Выборки из нормальной совокупности, распределения основных статистик, статистические задачи о параметрах нормального распределения

3) Основные определения в теории достаточных статистик. Теорема факторизации. Полнота достаточных статистик. Несмещенное оценивание с помощью достаточных статистик : теоремы Рао –Блекуэлла-Колмогорова и Лемана-Шеффе. Теорема Базу.

4) Постановка задачи статистического оценивания. Примеры параметрических семейств. Требования, предъявляемые к оценкам параметра. Допустимые, минимаксные и байесовские оценки, соотношения между ними. Методы построения оценок. Регулярные статистические эксперименты, инфор­мация Фишера, неравенство Крамера - Рао. Экспонентные семейства.

5) Метод максимального правдоподобия и примеры его применения. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Асимпто­тическая эффективность оценок по Фишеру и суперэффективность. Понятие о робастности статистических оценок.

6) Математическая формулировка задачи проверки гипотез .Основные понятия и определения. Лемма Неймана-Пирсона. Критерии с монотонным отношением правдоподобия. Критерии отношения правдоподобия для сложных гипотез, теорема Уилкса. Критерий Стьюдента как критерий отношения правдоподобия.

7) Критерий «хи-квадрат» как критерий согласия, независимости и однородности. Критерии, основанные на эмпирической функции распределения. Статистические свойства рангов. Локально наиболее мощные ранговые критерии. Критерий Вилкоксона.

8) Регрессия как условное математическое ожидание. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов. Оценка Эйткена в гетероскедастической модели. Теорема Гаусса – Маркова. Несмещенное оценивание дисперсии шумов. Задачи дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ. Теорема Кокрена. Ранговая корреляция.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу математической статистики предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран. Все учащиеся имеют возможность взять в библиотеке учебники, рекомендованные по курсу. Аудитория должна быть снабжена доской и мелом. Часть практических занятий проходит в дисплейных классах, где студенты учатся применять для анализа статистических данных пакеты прикладных программ.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий учащемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия, электронные прикладные программы.  
Самостоятельная работа учащегося является видом деятельности, стимулирующим активность, любознательность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, повышения квалификации, использования приобретенных знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач. Она представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, используется учащимися для более полного освоения учебной дисциплины. Поэтому организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и использование ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Формы контроля:в конце 7 семестра – экзамен (беседа по пройденным темам, проверка их понимания, решение задачи). Предусмотрены 4 контрольных работы по всему курсу.

Итоговый контроль.

В 7 семестре студент обязан выполнить предусмотренные рабочей программой письменные контрольные работы.

Экзамен проводится в устной форме путем выборочного опроса по программе годового курса. В случае полного или частичного невыполнения студентом контрольных работ 7 семестра, задачи по соответствующим темам для этого студента выносятся на экзамен в качестве дополнительного задания.

Методика проведения экзамена

Экзамен проводятся в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок:

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Темы задач:

1. Порядковые статистики.

2. Доверительные интервалы.

3. Метод моментов.

4. Допустимые, минимаксные и байесовские оценки.

5. Критерий хи-квадрат.

6. Линейная регрессия.

Список вопросов к экзамену:

1) Предмет математической статистики и примеры задач.

2) Математическая постановка задач статистики: выборка, статистики, задача оценивания, проверка гипотез.

3) Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливенко-Кантелли.

4) Выборочные моменты. Требования, предъявляемые к оценкам параметров.

5) Свойства выборочного среднего и выборочной дисперсии и как оценок генерального среднего и генеральной дисперсии.

6) Порядковые статистики и их распределение (точное и предельное).

7) Предельное распределение выборочных квантилей.

8) Важнейшие распределения, связанные с нормальным законом. Лемма Фишера.

9) Построение доверительных интервалов для параметров нормального закона.

10) Проверка гипотез о параметрах нормального закона.

11) Достаточные статистики: определение, теорема факторизации.

12) Несмещённое оценивание с помощью достаточных статистик (в том числе теорема Базу).

13) Постановка задачи теории оценивания. Допустимые, минимаксные, байесовские оценки и простейшие соотношения между ними.

14) Минимаксность выборочного среднего как оценки нормального среднегою

15) Построение минимаксной оценки для распределения Бернулли.

16) Регулярные статистические эксперименты. Информация Фишера и её свойства.

17) Неравенство Рао-Крамера. R-эффективные оценки и их примеры. Экспонентные семейства.

18) Метод моментов. Примеры его применения. Другие методы оценивания.

19) Метод максимального правдоподобия: определение и примеры применения.

20)Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.

21) Асимптотическое построение доверительных интервалов.

22) Асимптотическая эффективность оценок по Фишеру. Пример Ходжеса. Суперэффективность. Понятие робастности.

23) Проверка гипотез: постановка задачи и основные определения.

24) Лемма Неймана-Пирсона и ее геометрическая интерпретация.

25) Критерий отношения правдоподобия для сложных гипотез. Критерий Стьюдента как критерий отношения правдоподобия. Теорема Уилкса.

26) Критерий хи-квадрат для простых гипотез (с выводом предельного распределения)

27) Критерий хи-квадрат для проверки сложных гипотез о параметрическом семействе и как критерий независимости признаков.

28) Критерии, основанные на эмпирической функции распределения.

29) Критерий Смирнова для проверки однородности.

30) Статистические свойства рангов. Критерий Вилкоксона.

31) Метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии: построение оценки. Оценка Эйткена.

32) Теорема Гаусса-Маркова.

33) Несмещённое оценивание дисперсии шумов.

34). Нормальная регрессия.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Базовое образование и/или ученая степень соответствующая профилю дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованная лекционная аудитория. Дисплейный класс.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное аудиторное оборудование и ПО.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел для доски.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Боровков А.А. Математическая статистика. - М.: Наука, 2007. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2290/book/3810#authors>

2. Ивченко Г.И., Ю.И. Медведев. Математическая статистика. - М., 1992-2014.

3. Ивченко Г.И., Ю.И. Медведев, А.В. Чистяков. Сборник задач по математической статистике. - М.: Высшая школа, 1989. 4. Бикел П., К.Доксум. Математическая статистика. - М.: Финансы и статистика, 1983.

5. Большев Л.Н., Н.В. Смирнов. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975.

2. Справочник по прикладной статистике. Т 1,2. – М.: Финансы и   
 статистика, 1989.

3. Булинский А.В., А.Н. Ширяев. Теория случайных процессов. - М.: Физматлит, 2003.

4. Леман Э. Проверка статистических гипотез. - М.: Наука, 1979.

5. Леман Э. Теория точечного оценивания.- М.: Мир, 1991.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Никитин Яков Юрьевич, д.ф-м.н, проф. Кафедра теории вероятностей и математической статистики, т. +7 (812) 4284212. y.nikitin@spbu.ru, (yanikit47@mail.ru).